**Relazione Esercitazione 1**

***Aritmetica di macchina e stabilità numerica***

*Gianluca Biffi (S6366900), Stefano Casassa (S6421009), Matteo Tondo (S6434023)*

**-Esercizio 1**Le variabili d0 e d1 sono state rispettivamente inizializzate con il valore 0.

Output per (a+b)+c dove a = 1 b = 1e+20 c = -1e+20 è : 0

Output per a+(b+c) dove a = 1 b = 1e+20 c = -1e+20 è : 1

Output per (a+b)+c dove a = 10 b = 1e+20 c = -1e+20 è : 0

Output per a+(b+c) dove a = 10 b = 1e+20 c = -1e+20 è : 10

Output per (a+b)+c dove a = 100 b = 1e+20 c = -1e+20 è : 0

Output per a+(b+c) dove a = 100 b = 1e+20 c = -1e+20 è : 100

Output per (a+b)+c dove a = 1000 b = 1e+20 c = -1e+20 è : 0

Output per a+(b+c) dove a = 1000 b = 1e+20 c = -1e+20 è : 1000

Output per (a+b)+c dove a = 10000 b = 1e+20 c = -1e+20 è : 16384

Output per a+(b+c) dove a = 10000 b = 1e+20 c = -1e+20 è : 10000

Output per (a+b)+c dove a = 100000 b = 1e+20 c = -1e+20 è : 98304

Output per a+(b+c) dove a = 100000 b = 1e+20 c = -1e+20 è : 100000

Output per (a+b)+c dove a = 1e+06 b = 1e+20 c = -1e+20 è : 999424

Output per a+(b+c) dove a = 1e+06 b = 1e+20 c = -1e+20 è : 1e+06

L’output ottenuto è il seguente.

Dalle informazioni ottenute, e grazie alle nozioni di teoria acquisite durante il seguente anno accademico, possiamo giungere alla conclusione che per ogni occorrenza del calcolo (𝑎+𝑏)+𝑐 il risultato ottenuto non corrisponde a quello atteso. Questo algoritmo, effettuando la cancellazione in un secondo momento, propaga maggiormente l’errore. Quindi si può notare come all'interno di un calcolo per migliorare la qualità del risultato prodotto dal computer bisogna stare attenti al numero di cifre rappresentabili dalla macchina stessa e l'ordine delle operazioni quando su alcuni dei dati rappresentati viene effettuato in automatico dal computer una cancellazione o un arrotondamento per riuscire a rappresentare i dati ricevuti.

In particolare, in questo caso, viene utilizzato il tipo double, che utilizza una mantissa composta da 52 bit, riuscendo quindi a rappresentare numeri con un'unità di grandezza massima di 10^17. La precisione di macchina è capace di rappresentare al massimo un numero composto da 17 cifre, obbligando così il computer a effettuare una cancellazione o un arrotondamento sul dato che fa si che ci sia un errore sul risultato. Nei primi quattro output in particolare la a , arriva al massimo a modificare la 18 cifra del numero, e quindi viene completamente cancellata, poichè la macchina non ha abbastanza bit nella mantissa per riuscire a rappresentarla, e il risultato è quindi 0. Nei restanti output la a diventa abbastanza grande da essere in parte rappresentata ma comunque con un errore legato allo stesso motivo precedentemente illustrato.

Il secondo algoritmo invece riesce a rappresentare il risultato corretto grazie all'ordine con cui effettua le operazioni, effettivamente negando l'errore causato dalla limitazione sui dati imposta dalla macchina e dagli errori causati da essa.

**-Esercizio 2**Questo esercizio mostra come il polinomio di Taylor, utilizzato per calcolare il valore dell’esponenziale, se approssimato con un valore N non abbastanza grande, darà come risultato un valore impreciso. Questo deriva direttamente dalla natura del polinomio di Taylor, il quale essendo una sommatoria è una somma di approssimazioni e più grande sarà il numero di approssimazioni più preciso sarà il risultato. La precisione di macchina si può notare poichè causa il medesimo risultato per più valori di N diversi, (come visto dagli output che dà valori uguali per 50,100 e 150). Questo avviene perchè avviene una cancellazione o un arrotondamento sui dati quando le cifre da rappresentare sono più di quelle rappresentabili dal numero di bit della mantissa come nell'esercizio 1.

Questo avviene per entrambi gli algoritmi che ci sono stati proposti.

Abbiamo inoltre osservato che con un valore x relativamente grande, il valore N per cui va calcolato il polinomio di Taylor per avere un risultato corretto cresce a dismisura. Anche questo si deduca dal fatto che per meglio rappresentare un esponenziale elevato ad un numero elevato serviranno un maggior numero di approssimazione per calcolare il giusto risultato.

**-Esercizio 3**Abbiamo imprentato un programma come richiesto, e siamo arrivati alla conclusione che la precisione di macchina per le variabili float e’ di 1.19209 \* 10^-7, mentre per le variabili double e’ 2.22045 \* 10^-16.

Questi risultati sono coerenti, poiché’ la mantissa è rispettivamente di 23bit e 52bit, ovvero 2^24 -1= 10^7 e 2^53 -1 = 10^16.